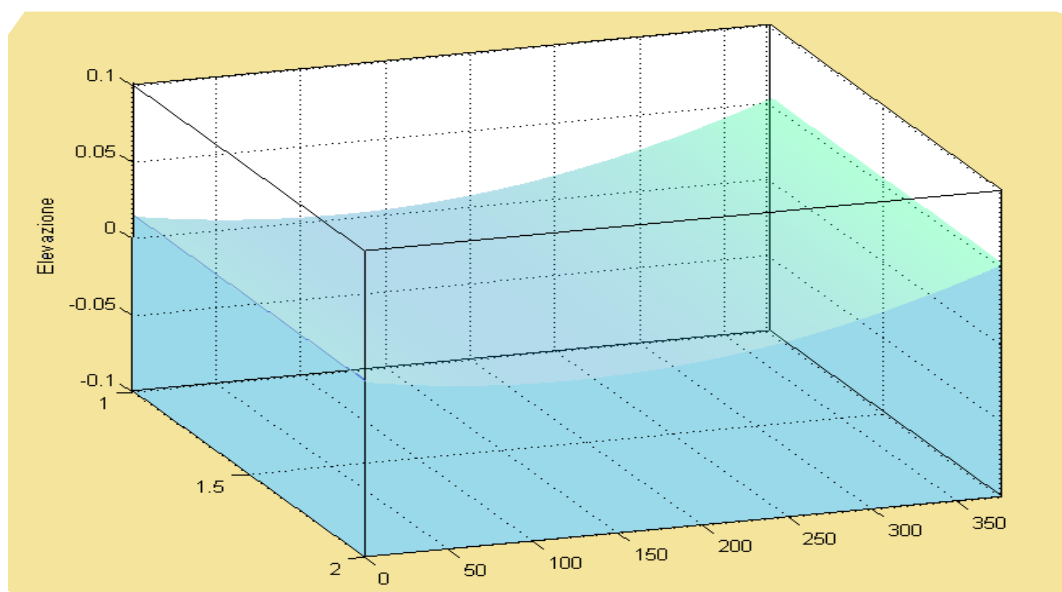


Università degli studi di Padova



**Estratto:**

**Metodo sperimentale per il calcolo dell'ampiezza  
delle armoniche nelle camere di oscillazione**



Laureando: Canale Gherardo V.D.

584791

Relatore: Prof. Piero Ruol

Correlatore: Ing. Luca Martinelli

Matricola:

## Abstract

Parte della sperimentazione mira allo studio dell'oscillazione dell'acqua all'interno delle camere preposte. E' di interesse verificare la reale potenzialità del convertitore in funzione dei volumi di aria spostati nel tempo da ogni camera. Per ottenere lo scopo è quindi necessario studiare il tipo di oscillazione che si determina in funzione di diverse tipologie di attacchi ondosi incidenti la struttura.

E' riportata in breve una sintesi di massima del lavoro fin qui eseguito, focalizzata essenzialmente sul metodo utilizzato per ricavare velocemente le grandezze che permettono la caratterizzazione dell'oscillazione; non è stato riportato nulla riguardo lo studio eseguito sull'onda realmente incidente il "*Seabreth*", riguardo la validazione delle ipotesi assunte o riguardo il calcolo dei volumi e delle portate teoriche.

## 1. Test

Operativamente è possibile variare ad ogni istante di tempo due caratteristiche del moto ondoso, periodo (T) e ampiezza (H), in modo da ottenere un significativo numero di test su cui poggiare la sperimentazione.

Il primo Step di indagine utilizza una sequenza specifica di undici diverse combinazioni periodo/ampiezza, generate in modo regolare (T ed H costanti nel tempo), ovvero:

Regolari	H [m]	F[Hz]	T[s]
1	0.06	1.67	0.6
2	0.06	1.43	0.7
3	0.06	1.25	0.8
4	0.06	1.00	1
5	0.06	0.83	1.2
6	0.06	0.71	1.4
7	0.06	0.63	1.6
8	0.06	0.56	1.8
9	0.02	1.43	0.5
10	0.02	2.00	0.7
11	0.02	1.00	1

**Tabella 1 Sequenza specifica dei test ("Regolari")**

Ogni oscillazione è registrata da quattro sonde (*wave gauges*), poste esternamente al modello, in modo da ottenere, con dei metodi di indagine specifici, le reali caratteristiche dell'onda incidente e riflessa dalla struttura.

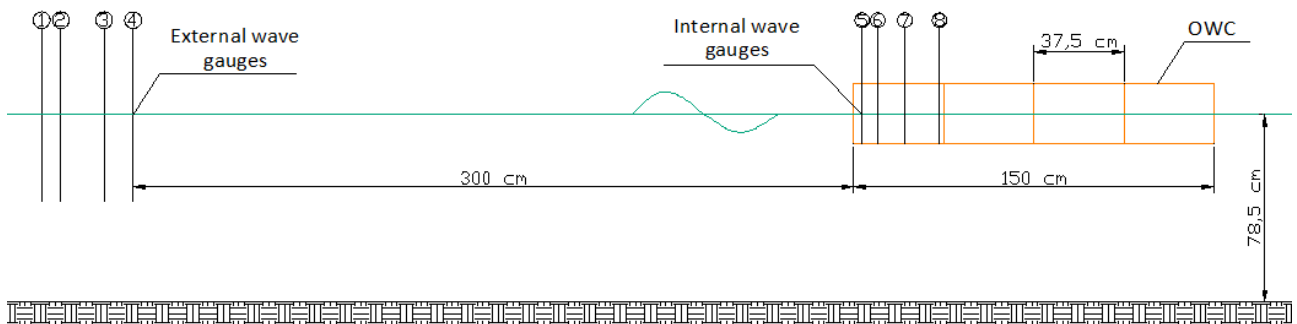
Contemporaneamente altre quattro sonde sono installate in punti strategici all'interno di una camera a turno, per ottenere le caratteristiche dell'onda.

In totale si eseguono quarantaquattro test, una sequenza specifica per ognuna delle quattro camere contenenti le *wave gauges*.

## 2. Allestimento

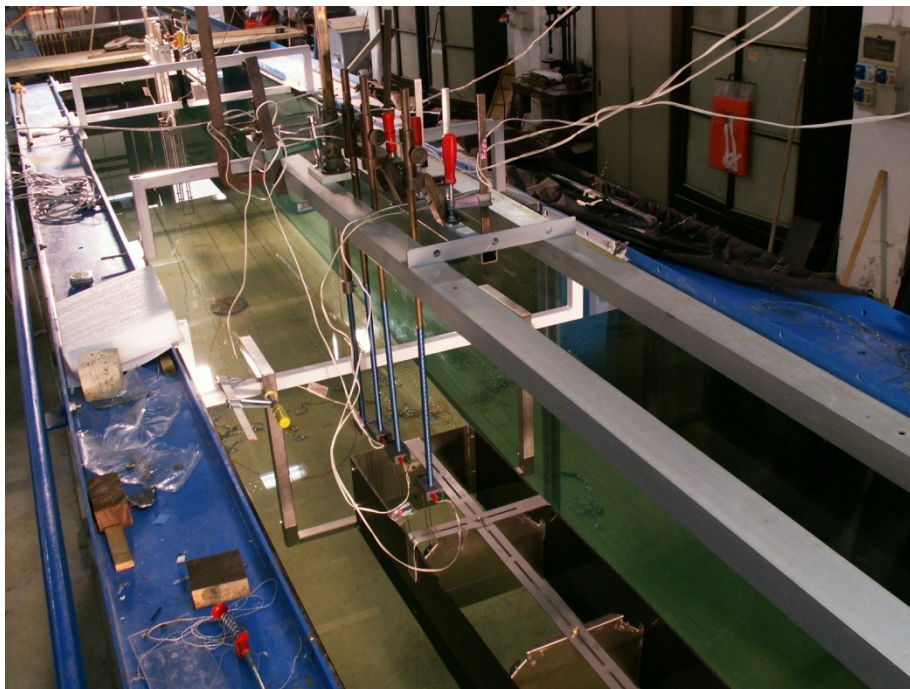
Lo schema di allestimento prevede la locazione delle *External wave gauges* ad una distanza di circa tre metri dalla struttura. Il livello dell'acqua (*water depth*) è fissato per l'intera sessione di test a 78.5 cm.

Si riporta di seguito lo schema sintetico:



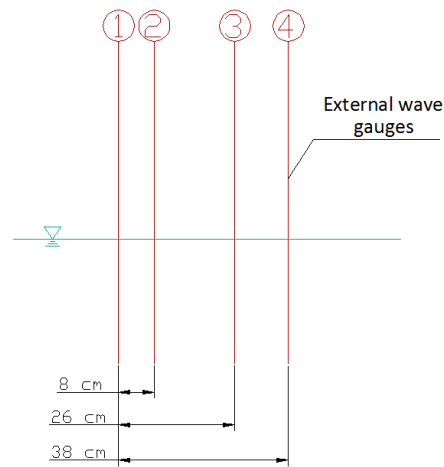
**Figura 1 Schema sintetico dell'allestimento.**

E una foto dell'allestimento.



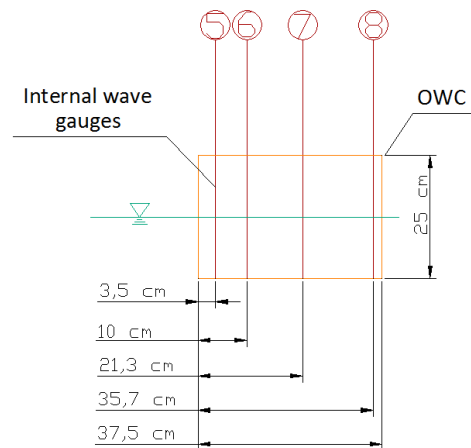
**Figura 2 Foto dell'allestimento. In primo piano IL SEABREATH con le *Internal wave gauges*; in alto a sinistra si vedono le *External wave gauges***

Dal punto di vista sperimentale la disposizione relativa delle sonde esterne è di fondamentale importanza., ai fini dell'individuazione dell'onda incidente. Una volta fissate sono mantenute nelle posizioni prescelte per l'intera sessione di test.



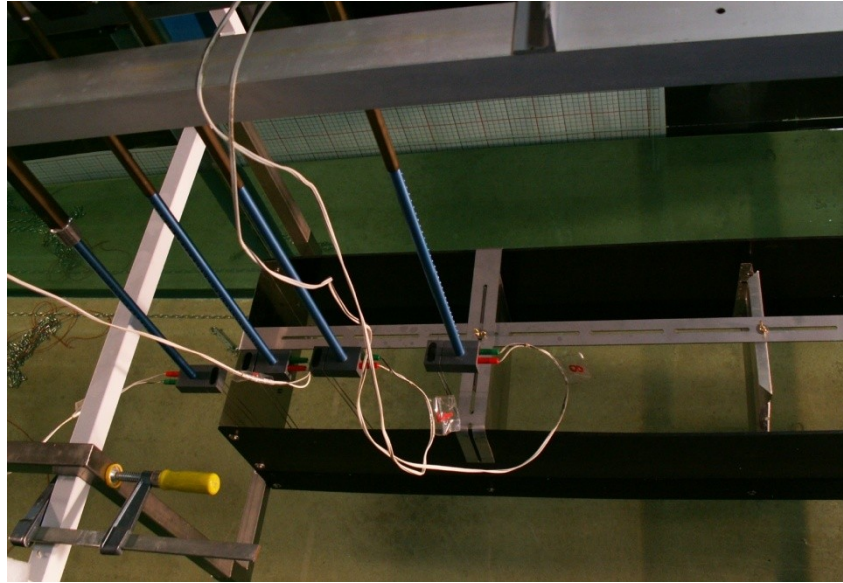
**Figura 3 External wave gauges.**

Le sonde interne, invece, sono disposte in modo tale da mantenere tra loro delle distanze caratteristiche; si cerca di collocare la sonda 5 e 8 il più vicino possibile alla parete della camera di oscillazione, la 7 a metà della suddetta e la 6 nel punto di mezzo tra la 5 e la 7.

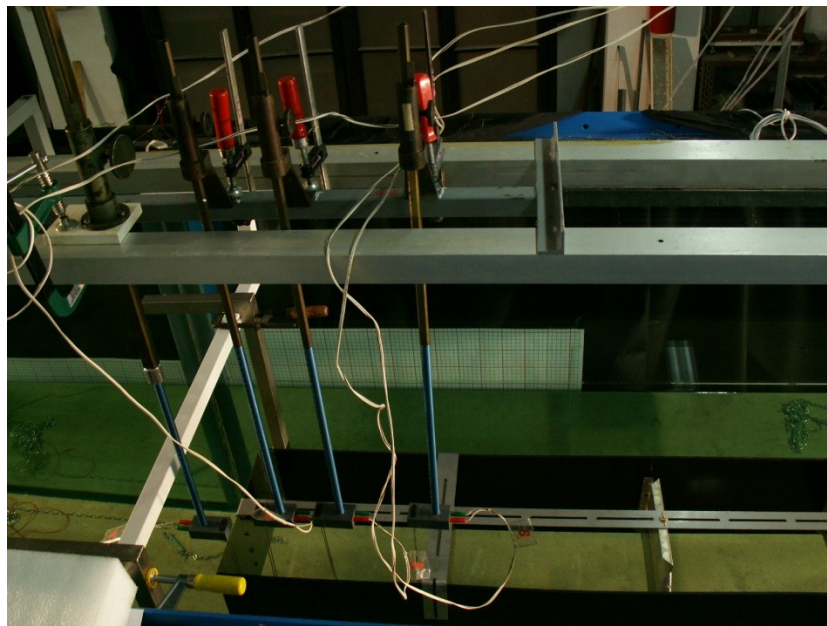


**Figura 4 Internal wave gauges.**

Vincoli di spazio impediscono la disposizione ideale delle sonde, ma permettono comunque di ottenere risultati ottimali.



**Figura 5** Foto della disposizione delle sonde interne nella prima camera di oscillazione.



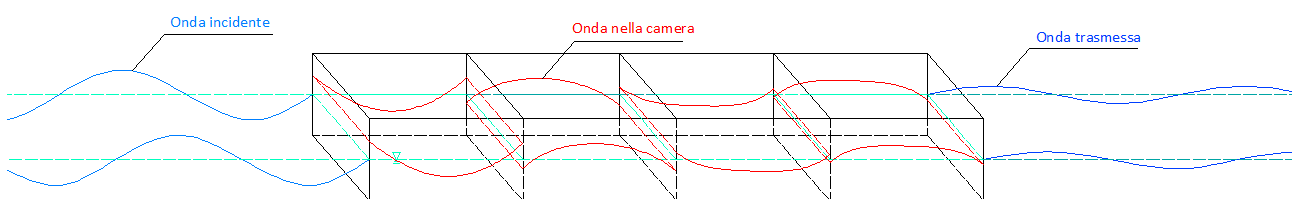
**Figura 6** Altra foto della disposizione delle sonde nella cprima camera di oscillazione.

### 3. Oscillazioni possibili nelle camere

All'interno di ogni camera si possono verificare diverse tipologie di oscillazione in funzione dell'attacco d'onda generato.

Non tutte le geometrie che la superficie dell'acqua genera sono favorevoli alla compressione dell'aria nella camera per la generazione di energia.

Queste forme sono legate a vincoli di tipo geometrico che la camera stessa impone, in funzione del tipo di onda incidente.



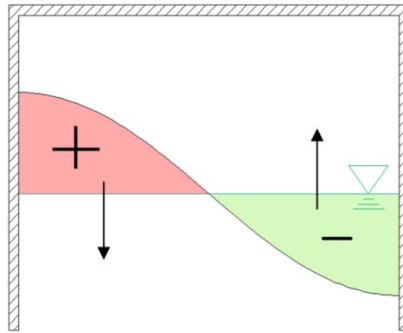
**Figura 7 Schematizzazione di una possibile configurazione del pelo libero.**

Come ipotesi di partenza si suppone che all'interno delle camere si instauri un'oscillazione d'onda stazionaria con massimi, in valore assoluto, in corrispondenza delle pareti. Ciò implica forme oscillanti a nodi fissi nello spazio e nel tempo. L'ipotesi è ampiamente confermata sia dalla teoria alla base della sperimentazione, sia dai dati sperimentali.

*[Le onde che si propagano nella camera sono riflesse ai suoi estremi in modo tale che la somma dell'onda incidente e di quella riflessa si annulli nei nodi; pertanto l'ampiezza dell'onda riflessa è uguale, in valore assoluto, a quella dell'onda incidente, ma con segno opposto].*

Assodata la tipologia di onda è possibile ragionare in termini di efficienza, intesa come volume spostato dall'onda, in un certo intervallo di tempo.

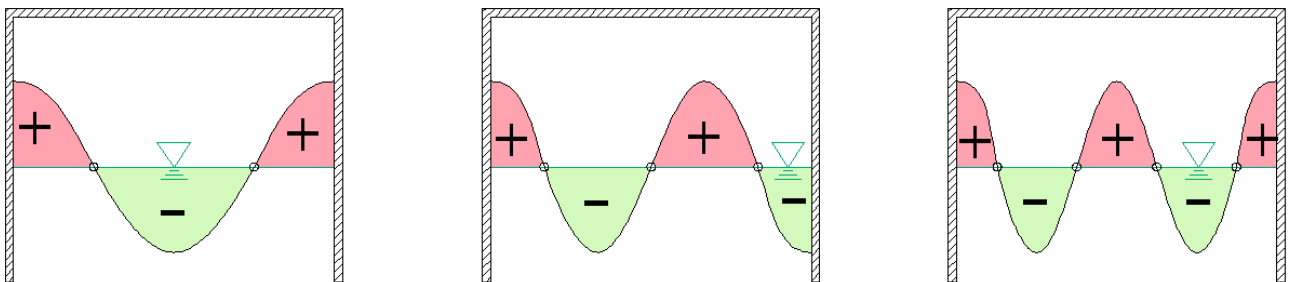
A titolo esemplificativo si può considerare un'oscillazione simile a quella schematizzata nella figura sottostante:



**Figura 8 Esempio di oscillazione con zero efficienza.**

Come si intuisce questo tipo di oscillazione ha tutte le caratteristiche dell'onda stazionaria (un nodo centrale e massimi, in valore assoluto, in prossimità della parete). Tale geometria implica un'efficienza nulla. Il volume d'aria eventualmente compresso dall'onda nella parte rossa è uguale al volume che la stessa onda offre alla camera nella parte verde, determinando una variazione di volume complessiva nulla nel tempo.

Lo stesso ragionamento si può effettuare per tutte le onde stazionarie:

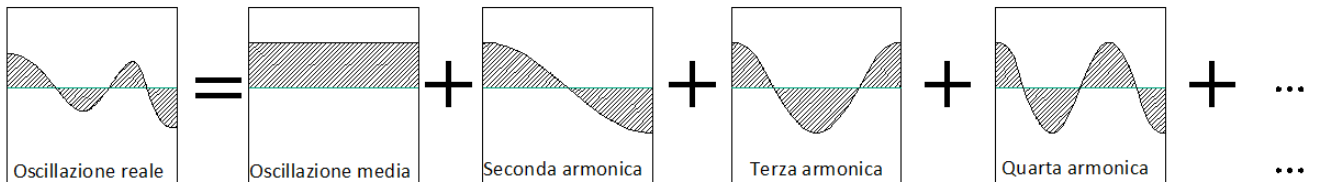


**Figura 9 Onde stazionarie a più nodi (da 2 a 4 nodi).**

In linea teorica un'onda può essere scomposta in una somma di onde semplici denominate armoniche, a meno di una costante pari all'oscillazione media.

In via del tutto intuitiva sono però già state descritte queste onde semplici (armoniche), nelle deduzioni precedenti. Quelle rappresentate nella *figura 7* e *figura 8* sono proprio le prime quattro armoniche caratteristiche della camera di oscillazione. Se a queste vi si associa l'armonica principale, ovvero l'oscillazione media del tempo del livello, sono disponibili tutti gli strumenti per ricostruire il moto ondoso all'interno delle camere stesse:





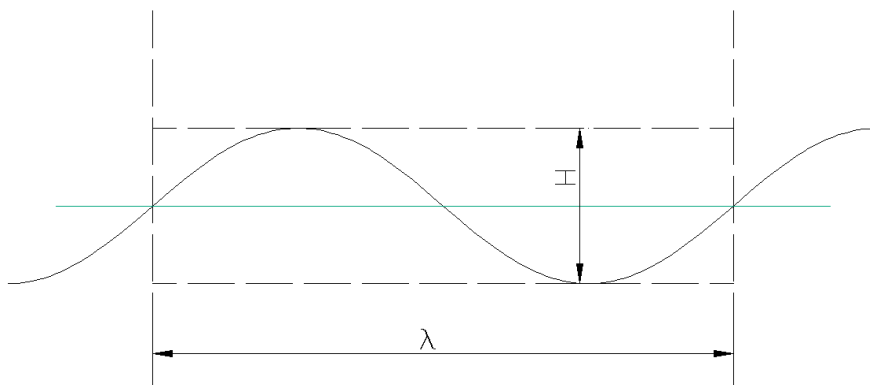
**Figura 10 Esempio di profilo reale determinato dalla somma di onde semplici o armoniche.**

## 4. Determinazione delle frequenze di risonanza

La prevalenza di una piuttosto che di un'altra armonica è legata a fattori di tipo geometrico ed alla tipologia di onda incidente.

E' possibile stimare in modo preciso le lunghezze d'onda tali per cui si esalti una di queste onde semplici. Si ricorre a deduzioni prettamente geometriche.

Un'onda può essere descritta attraverso due sue caratteristiche geometriche: ampiezza(H) e lunghezza ( $\lambda$ )



**Figura 11** Descrizione di un'onda attraverso caratteristiche geometriche.

Tralasciando temporaneamente l'ampiezza d'onda, se la lunghezza della camera viene indicata con  $L_c$ , allora si può affermare che per avere l'esaltazione della seconda armonica (1 nodo fisso), la  $\lambda$  dovrà essere pari a due volte  $L_c$ . Se si vorrà l'esaltazione della terza armonica (2 nodi fissi),  $\lambda$  dovrà essere pari a  $L_c$ , e così via.

Si riporta di seguito una tabulazione delle prime quattro armoniche e delle lunghezze d'onda relative

Armonica	$l$
Oscillazione media	infinito
Seconda Armonica	$2 L_c$
Terza Armonica	$L_c$
Quarta Armonica	$2/3 L_c$
[...]	[...]

**Tabella 2** Lunghezza d'onda per le armoniche individuabili nella camera di oscillazione.

Il fenomeno della risonanza spiega l'esaltarsi o meno di una o più di queste onde semplici.

L'onda incidente ha delle caratteristiche indissolubilmente legate alla profondità dell'acqua (d) , alla frequenza di oscillazione (f) ed alla ampiezza (H). Mediante semplici relazioni è possibile, a partire da questi tre elementi, ricavare la lunghezza d'onda incidente.

In ipotesi di acque profonde, abbiamo il seguente legame:

$$\lambda = 1,56 \cdot T^2$$

**Eq. 1**

Per avere un riscontro tangibile della validità dell'ipotesi assunta, si riporta un'altra formulazione valida per ogni rapporto d/λ ,proposta da Eckart (1952):

$$\lambda = \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\tanh\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot d}{T^2 \cdot g}\right)} \quad (\varepsilon = \pm 5\%)$$

**Eq. 2**

Per ogni lunghezza d'onda è quindi possibile ricavare il periodo o la frequenza che questa deve assumere, in funzione della profondità dell'acqua (che comunque si mantiene costante).

Legando le λ proprie delle armoniche sopracitate alle relazioni appena evidenziate si ricavano le frequenze tali per cui le stesse armoniche si esaltano.

Ricordando che:

- Lunghezza SEABREATH = 1,5 m
- Lunghezza camera = 1,5 / 4 = 0.375 m
- Wather depth = 0.785 m

si ottiene,

Armonica	l [m]	T[s]	f [Hz]	l Eckart (verifica)
Seconda Armonica	0.750	0.69	1.44	0.750
Terza Armonica	0.375	0.49	2.04	0.375
Quarta Armonica	0.250	0.40	2.50	0.250
[...]	[...]	[...]	[...]	[...]

**Tabella 3 Periodo e frequenza propri delle prime quattro armoniche riscontrabili nelle camere di oscillazione.**

Considerando la serie di onde regolari attraverso cui si vuole indagare la risposta della struttura, si nota già la presenza di due test, il secondo ed il nono, la cui frequenza è molto vicina a quella della seconda armonica ( $f_{\text{regolari (2) (9)}} = 1.43 \text{ Hz} \approx f_{2^{\circ}\text{Armonica}} = 1.44 \text{ Hz}$ ). Lo stesso si può affermare per il test numero dieci, la cui frequenza è simile a quella della terza armonica ( $f_{\text{regolari (10)}} = 2.00 \text{ Hz} \approx f_{3^{\circ}\text{Armonica}} = 2.04 \text{ Hz}$ ). Gli studi successivi mirano anche alla validazione di tali speculazioni.

## 5. Metodo di calcolo delle ampiezze delle prime tre armoniche

L'onda reale che si manifesta all'interno della camera di oscillazione può essere espressa come somma di armoniche, opportunamente combinate tra loro.

Ogni armonica avrà la sua rappresentazione matematica, contenente una formulazione sinusoidale, pre-moltiplicata per un numero, rappresentativo dell'ampiezza (massima) della stessa:

$$\eta(x,t) = a \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad , \quad \text{con} \quad k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad , \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \text{e} \quad \varphi = \text{sfasamento}$$

**Eq. 3**

In termini generali possiamo affermare che:

$$\eta_{reale}(x,t) = a_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(k_n \cdot x) \cdot \sin(\omega_n \cdot t + \varphi_n)$$

**Eq. 4**

L'Eq.4 deriva direttamente dal "teorema di Fourier", il quale afferma che un qualsiasi segnale periodico, sotto alcune condizioni matematiche (sempre verificate per i segnali fisici), può essere ottenuto mediante la somma di un termine costante e di infinite funzioni sinusoidali, le cui frequenze sono multipli interi di quella del segnale ovvero le cui pulsazioni sono multipli interi di quella del segnale.

Dal punto di vista applicativo non è difficile utilizzare direttamente tale espressione per ricostruire analiticamente il moto ondoso all'interno delle camere di oscillazione; tuttavia si potrebbe semplificare notevolmente il problema utilizzando un accorgimento.

Le incognite reali della formulazione sono le ampiezze  $a_n$ , le pulsazioni  $\omega_n$  e gli

sfasamenti  $\varphi_n$ . Nel caso in cui si andasse a studiare solo l'oscillazione massima di ogni punto all'interno della camera, perderebbe di significato analizzare l'onda nel tempo, ovvero, il seno dell'Eq. 4 andrebbe posto pari ad uno (l'ampiezza massima in termini

$$\sin(\omega_n \cdot t + \varphi_n)$$

temporali si ha quando il  $\sin(\omega_n \cdot t + \varphi_n) = 1$ ). In questo modo si eliminano dall'analisi

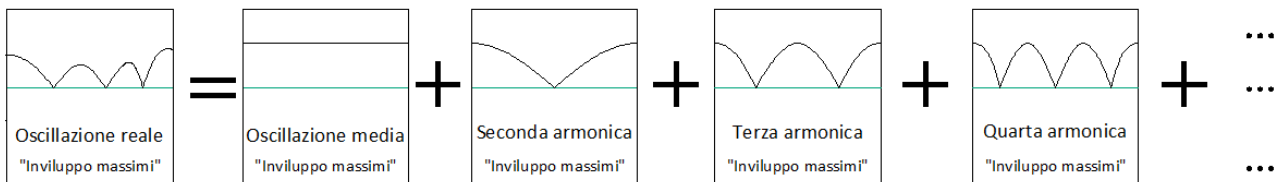
due incognite su tre, ovvero  $\omega_n$  e  $\varphi_n$ , mentre resta da valutare la terza incognita  $a_n$ .

L'involuppo dei massimi individua un profilo d'onda che si suppone poter essere descritto dalla seguente formulazione:

$$\eta_{\max}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot |\cos(k_n \cdot x)|$$

**Eq. 5**

Graficamente otteniamo:



**Figura 12 Involuppo dei massimi dell'oscillazione reale, calcolato come sommatoria di armoniche in valore assoluto.**

Matematicamente non è possibile ricavare da tale espressione l'involuppo dei massimi come sommatoria di infinite armoniche. Esistono vincoli legati al numero di sonde disponibili. Con quattro *wave gauges* si può al massimo studiare l'interpolazione delle prime quattro armoniche (Oscillazione media più seconda, terza e quarta armonica). In realtà per controllare l'errore di interpolazione conviene svincolare un grado di libertà, che si traduce nell'utilizzare solamente le prime tre armoniche.

Matematicamente si ottiene dall'*Eq. 5* :

$$\tilde{\eta}_{\max}(x) \approx a_0 + a_1 \cdot |\cos(k_1 \cdot x)| + a_2 \cdot |\cos(k_2 \cdot x)|$$

**Eq. 6**

Conoscendo la locazione puntuale delle quattro sonde ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) e analizzando la registrazione ricercando i massimi, è possibile scrivere un sistema lineare di quattro equazioni in tre incognite, con una minimizzazione dell'errore ai minimi quadrati:

$$\begin{cases} \eta_{\max}(x_1) \approx a_0 + a_1 \cdot |\cos(k_1 \cdot x_1)| + a_2 \cdot |\cos(k_2 \cdot x_1)| \\ \eta_{\max}(x_2) \approx a_0 + a_1 \cdot |\cos(k_1 \cdot x_2)| + a_2 \cdot |\cos(k_2 \cdot x_2)| \\ \eta_{\max}(x_3) \approx a_0 + a_1 \cdot |\cos(k_1 \cdot x_3)| + a_2 \cdot |\cos(k_2 \cdot x_3)| \\ \eta_{\max}(x_4) \approx a_0 + a_1 \cdot |\cos(k_1 \cdot x_4)| + a_2 \cdot |\cos(k_2 \cdot x_4)| \end{cases}$$

con  $\sum_{n=1}^4 (\tilde{\eta}_{\max}(x_n) - \eta_{\max}(x_n))^2 = \min$

Eq. 7

Otteniamo così, per ogni attacco ondosso, una stima delle ampiezze proprie di ogni modo di oscillare:

- $a_0$ : ampiezza dell'oscillazione media
- $a_1$ : ampiezza di oscillazione della seconda armonica
- $a_2$ : ampiezza di oscillazione della terza armonica

## 6. Risultati ottenuti

Per ognuno dei quarantaquattro test eseguiti è stato possibile valutare l'ampiezza delle armoniche. I risultati sono riportati nelle successive tabelle, suddivise per camera:

	Test Regolari	a0	a1	a2
Prima camera	1	0.57	0.73	0.37
	8	0.07	4.30	0.43
	2	1.09	0.30	2.39
	3	4.57	0.98	0.78
	4	4.82	0.56	0.44
	5	4.65	0.13	0.87
	6	5.05	-0.37	0.43
	7	4.70	0.20	0.48
	10	0.42	0.75	0.03
	9	0.21	1.75	0.29
	11	1.24	1.54	0.76
Seconda camera	12	0.73	1.01	0.22
	19	-1.15	3.82	1.57
	13	1.42	0.21	1.31
	14	4.46	0.52	1.14
	15	4.83	0.66	-0.03
	16	4.50	0.75	0.27
	17	3.69	0.46	0.52
	18	4.10	0.48	0.44
	21	-0.02	0.71	0.11
	20	-0.39	1.76	0.45
	22	0.80	1.28	0.87

Figura 13 Ampiezze in cm delle prime tre armoniche per le prime due camere in funzione dei test regolari.

	Test Regolari	a0	a1	a2
Terza camera	23	0.59	0.76	0.46
	30	0.67	1.64	0.65
	24	1.69	0.17	1.13
	25	2.81	2.53	0.42
	26	3.79	1.18	0.21
	27	4.39	0.40	0.81
	28	4.36	-0.12	0.16
	29	3.92	0.46	0.74
	32	-0.10	0.59	0.12
	31	0.07	0.75	0.11
	33	1.11	0.62	0.27
Quarta camera	34	0.40	0.35	0.48
	41	-0.23	1.21	1.73
	35	1.26	0.16	0.70
	36	4.37	0.01	1.26
	37	3.24	1.22	0.63
	38	2.91	0.85	1.27
	39	3.36	0.00	0.44
	40	4.63	0.19	0.30
	43	-0.02	0.20	0.19
	42	-0.14	0.43	0.54
	44	1.13	0.57	0.43

Figura 14 Ampiezze in cm delle prime tre armoniche per le ultime due camere in funzione dei test regolari.

Dalle tabelle è possibile estrapolare degli istogrammi rappresentativi le ampiezze delle armoniche in funzione del periodo con cui il moto ondoso incide<sup>(\*)</sup> sulla struttura.

Si riporta di seguito il risultato ottenuto suddiviso per camera studiata:

**Prima camera:**

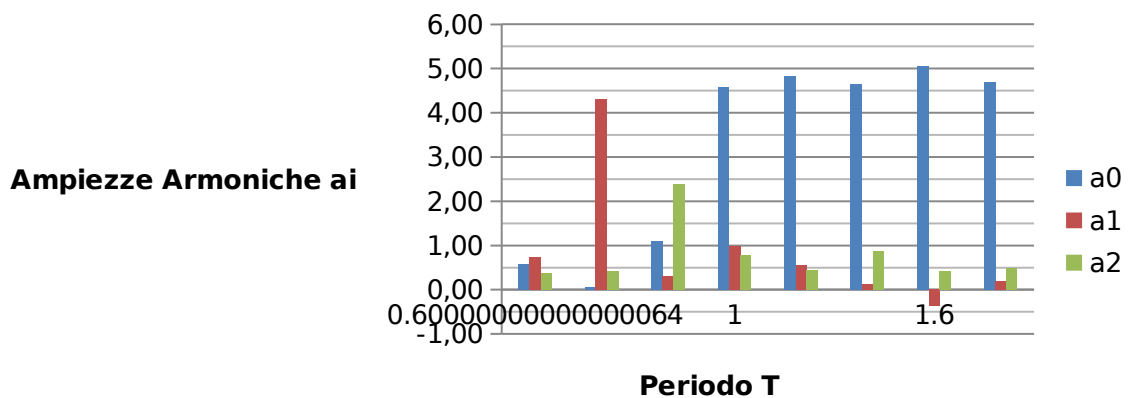


Figura 15 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 6,00$  cm



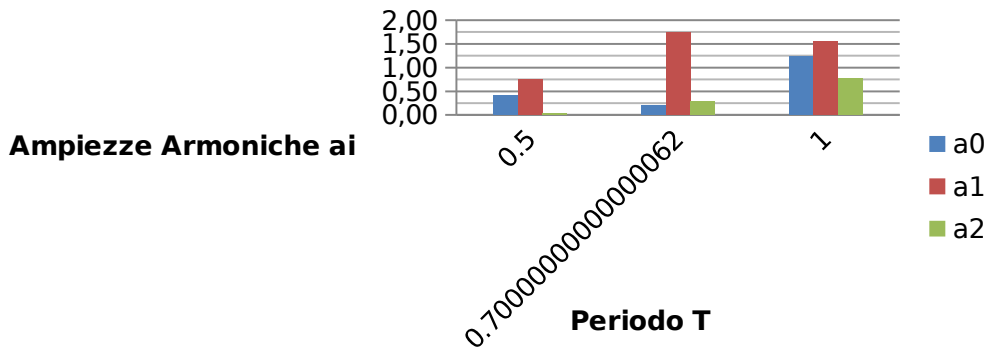


Figura 16 istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 2,00$  cm

(\*) [Lo studio dell'onda incidente non è stato riportato in questo estratto. Si può comunque affermare, con relativa sicurezza, che il periodo con cui caratterizziamo l'attacco ondoso non è significativamente differente da quello teorico generato. Diverso è il caso dell'altezze d'onda, i cui valori variano sensibilmente. Attualmente si stanno proponendo considerazioni qualitative riguardo il legame tra il tipo di onda all'interno delle camere e il periodo incidente, dunque la trattazione è ancora valida.]

**Seconda camera:**

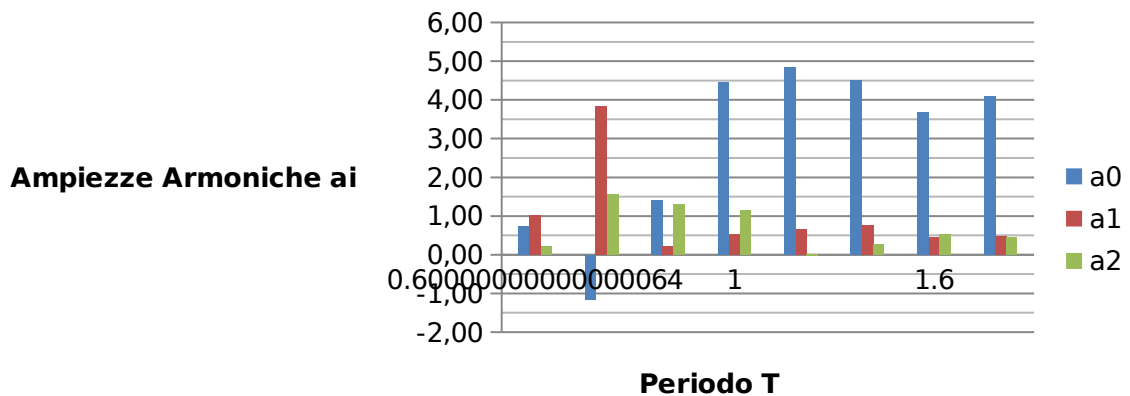


Figura 17 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 6,00$  cm

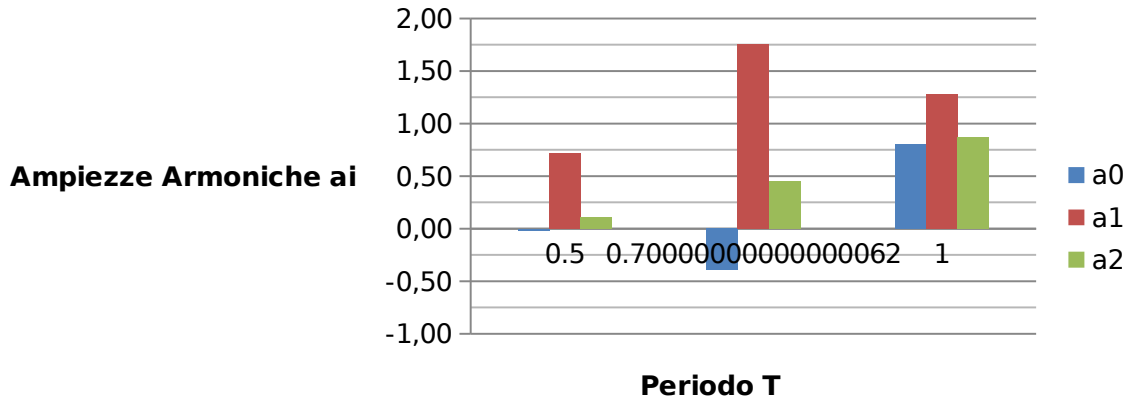


Figura 18 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 2,00$  cm

**Terza camera:**

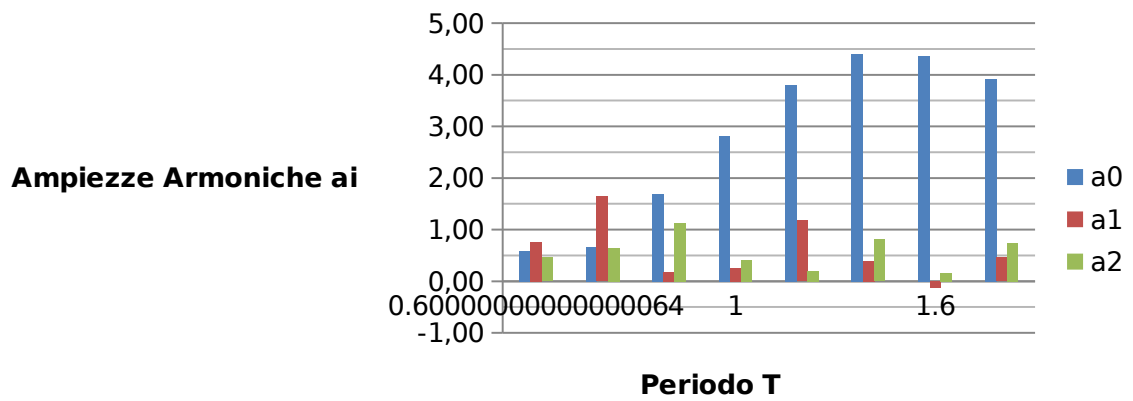


Figura 19 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 6,00$  cm

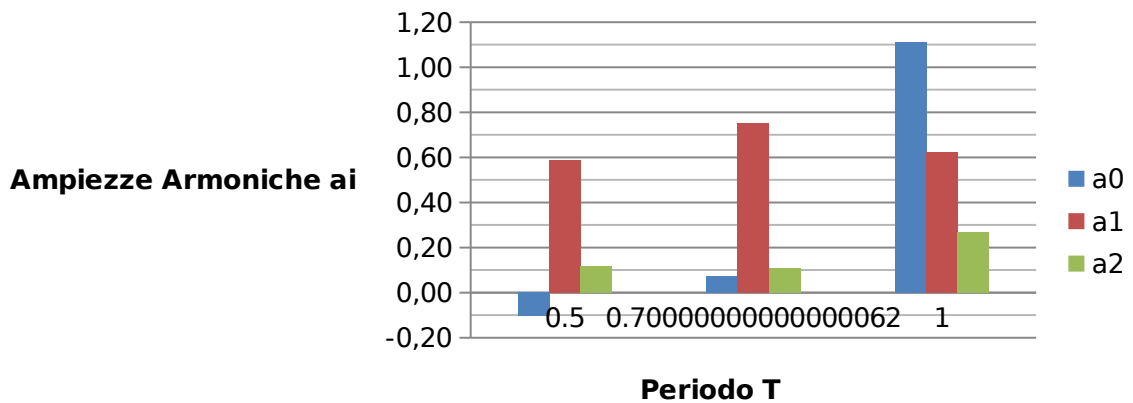


Figura 20 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 2,00$  cm

**Quarta camera:**

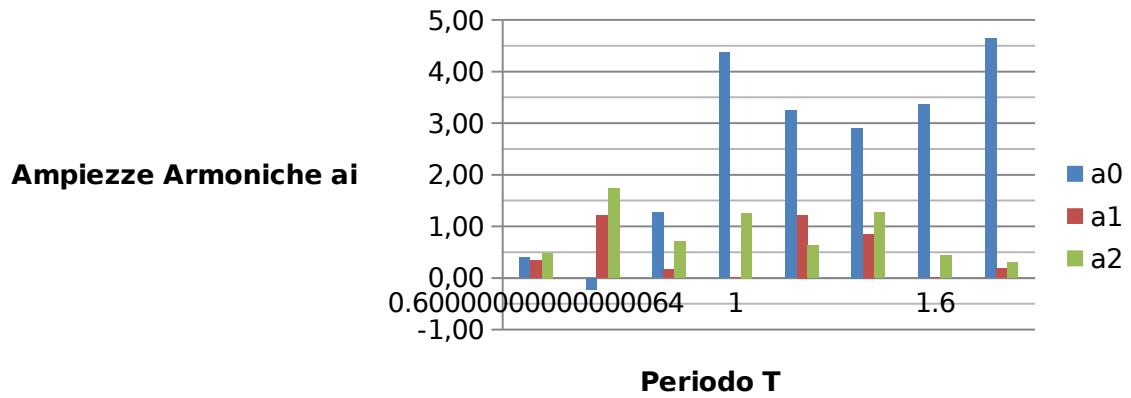


Figura 21 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 6,00$  cm

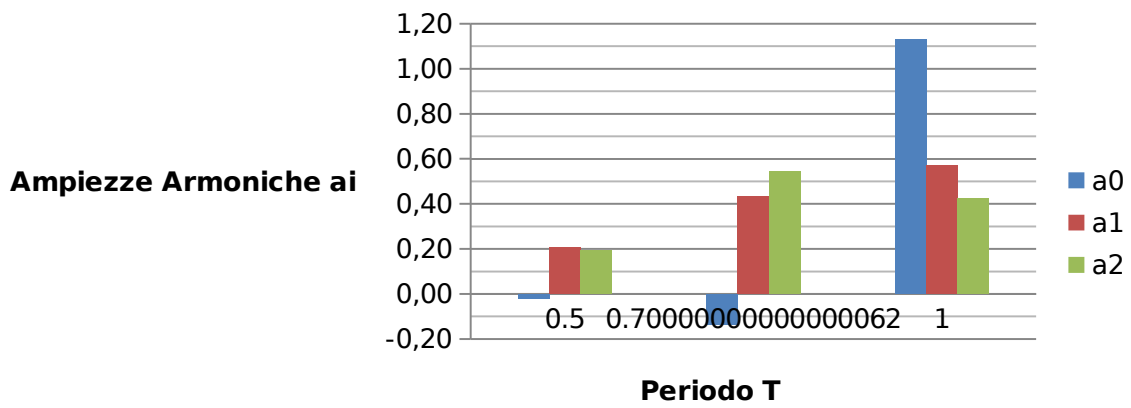


Figura 22 Istogramma delle ampiezze relative ad un attacco ondoso di  $H_{teorica} = 2,00$  cm

Estrapolando per ogni camera il risultato relativo al periodo di oscillazione  $T=0.7$  s otteniamo:

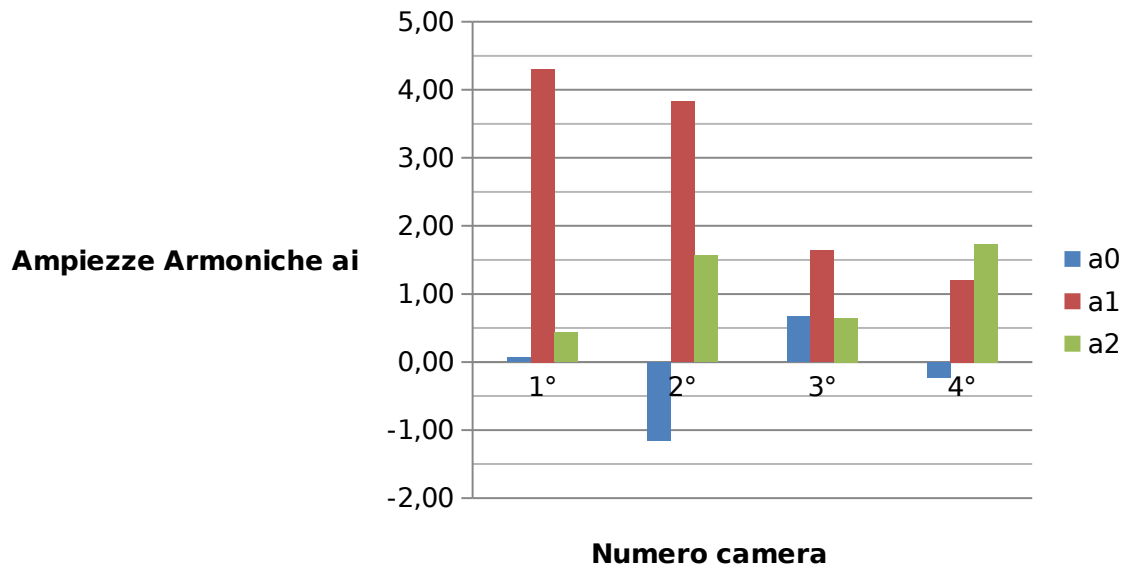


Figura 23 Ampiezza delle armoniche relative ad un treno d'onde incidente di periodo  $T=0.7$  s e  $H_{teorica}=6,00$  cm

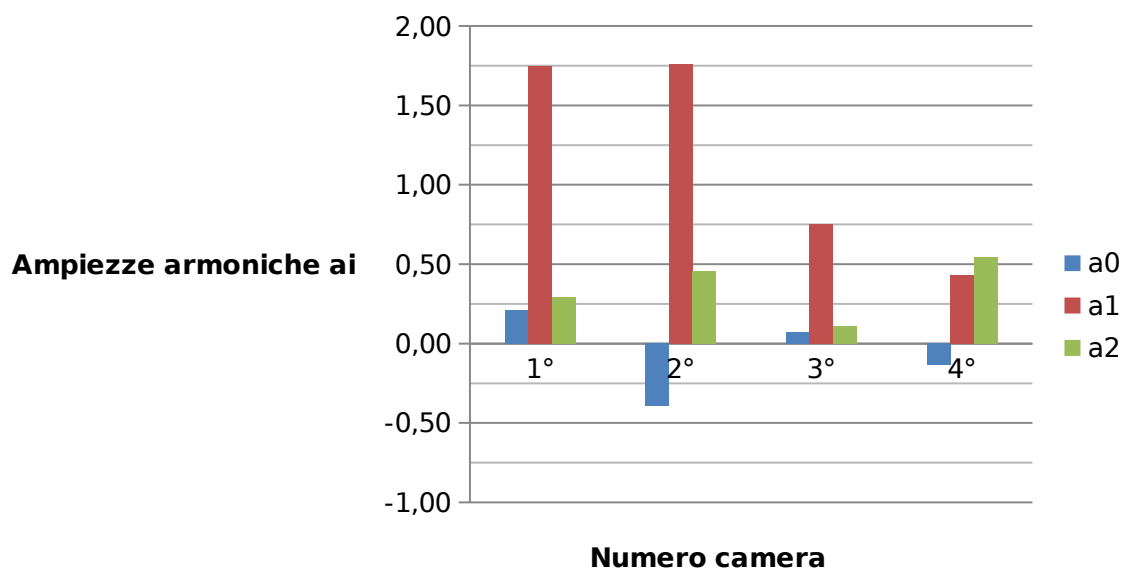


Figura 24 Ampiezza delle armoniche relative ad un treno d'onde incidente di periodo  $T=0.7$  s e  $H_{teorica}=2,00$  cm

Si riportano graficamente le interpolazioni di ogni attacco ondoso per ogni camera, come interpolazione dei massimi secondo lo schema matematico proposto:

(\*\*)[Per la seconda camera si registrano dei valori negativi (seppur modesti) dell'oscillazione media. La spiegazione di tale fenomeno è da attribuirsi a fenomeni fisici tali per cui l'agitazione interna della camera genera un abbassamento medio dei livelli. Il fenomeno è simile al "Set-down", che si manifesta in prossimità dei litorali]

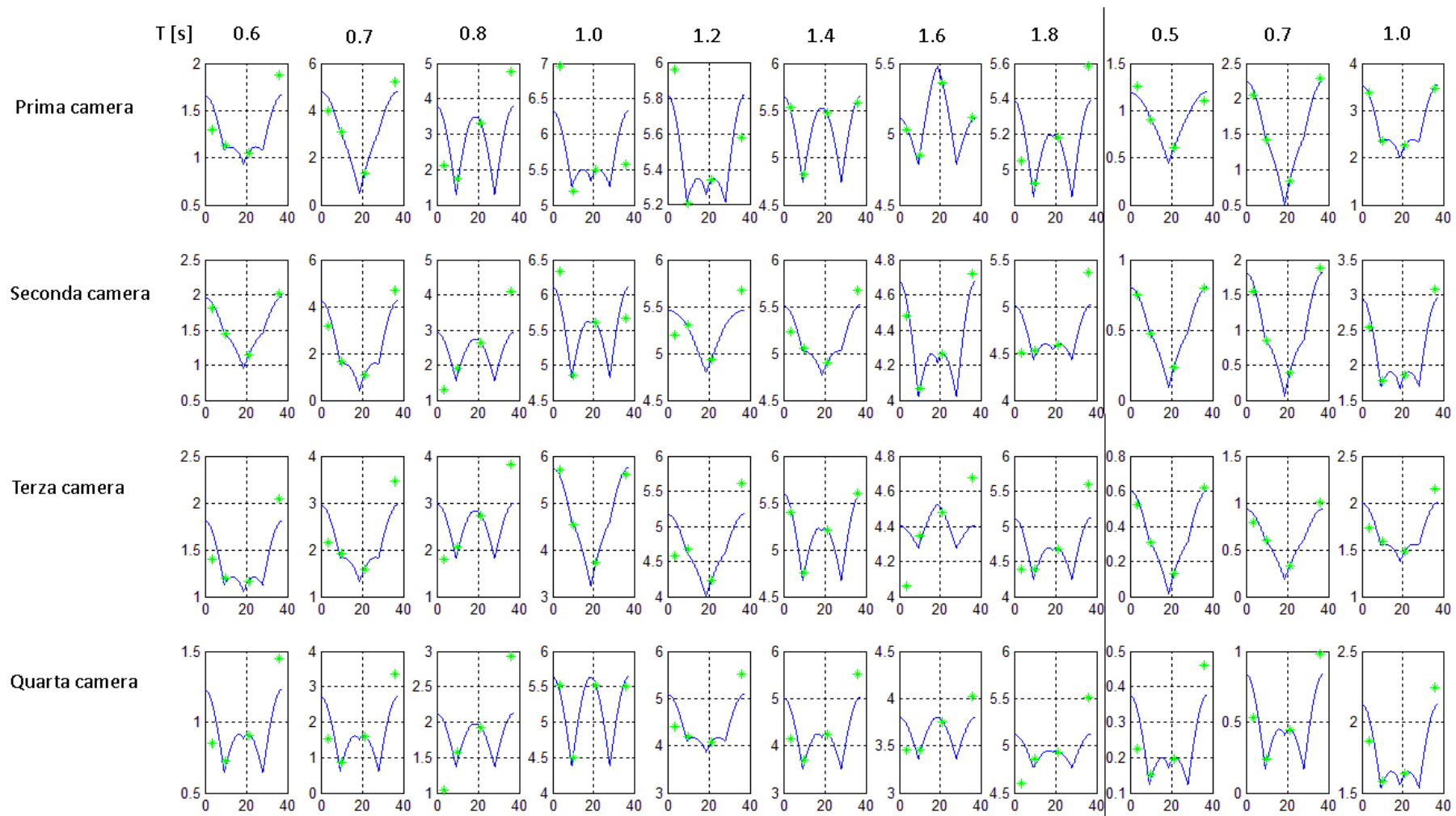
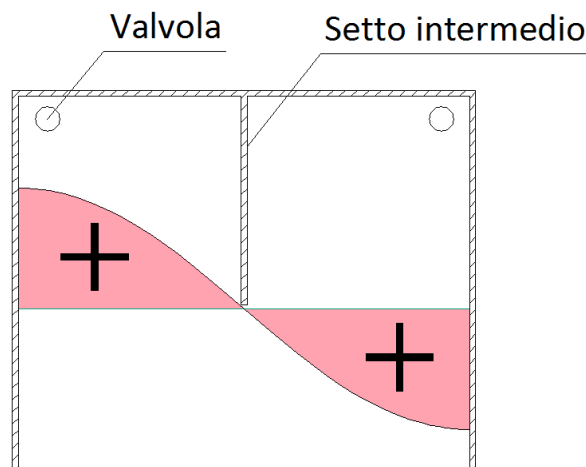


Figura 25 Interpolazione dei massimi utilizzando il metodo sopra descritto.[H= 6cm | H=2 cm]

## 7. Considerazioni

Si nota, in linea generale, un affievolirsi del fenomeno oscillatorio man mano che ci si allontana dal fronte del “*Seabreth*”, attribuibile alle perdite di energia, inevitabili in strutture del tipo OWC. Ci si aspetta dunque che le prime camere siano più efficienti rispetto quelle poste in coda.

Osservando gli istogrammi è facile notare il forte legame tra la seconda armonica ed il periodo  $T=0,7$  s. L'ampiezza  $a_1$  diventa preponderante rispetto agli altri valori, superando quasi sempre l'ampiezza di oscillazione media. L'efficienza della camera di oscillazione crolla inesorabilmente, poiché i volumi d'aria spostati nel tempo sono teoricamente prossimi allo zero. Per ottenere dei risultati performanti si potrebbe pensare di dotare il “*Seabreth*” di setti intermedi, predisponendo altre valvole monodirezionali nelle sottocamere che si vengono a formare. Così facendo si andrebbe a sfruttare le variazioni di volume nel tempo che la seconda armonica determina, aumentando notevolmente l'efficienza della struttura:



**Figura 26 Setto intermedio per sfruttare entrambi i volumi spostati nel tempo dall'onda.**

L'ideale sarebbe avere una struttura ad assetto variabile in funzione dell'onda incidente, in modo tale da potersi adattare alla massima efficienza in ogni condizione (ovviamente ciò va a minare l'idea di base del “*Seabreth*” ovvero la semplicità di realizzazione dell'opera stessa, proporzionale al risparmio economico).

In generale, dal punto di vista delle ampiezze, le condizioni più favorevoli alla generazione di energia dal moto ondoso si hanno a partire da oscillazioni incidenti di periodo  $T=1,00$  s. L'oscillazione media (quella che in assenza di setti intermedi genera

sostanzialmente la compressione d'aria), è molto ampia per tutti i valori a basse frequenze, ma è logico aspettarsi le maggiori efficienze proprio per periodi di  $T=1,00$  s, dal momento che possiedono il miglior rapporto ampiezza/frequenza.